

研究タイトル：点と直線の距離の公式を用いて信頼だ円を描く



氏名：	高木和久 / TAKAGI Kazuhisa	E-mail：	ktakagi@ge.kochi-ct.ac.jp
職名：	准教授	学位：	理学修士(名古屋大学)
所属学会・協会：	日本数学教育学会, 教育システム情報学会, 全国数学教育学会		
キーワード：	データサイエンス, 点と直線の距離の公式		
技術相談提供可能技術：	数学教育		

研究内容： データサイエンスに関して新しい数学的アプローチを見つける

点 $P(x_0, y_0)$ と原点 $O$ との距離を $d$ とすると  $d = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$  である。 $d$ はユークリッド距離と呼ばれる。

また、点 $P(x_0, y_0)$ と直線  $ax + by = 0$ との距離を $D$ とすると  $D = \frac{|ax_0 + by_0|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  である。両辺を 2 乗した式から

$(ax_0 + by_0)^2 = (a^2 + b^2)D^2$  を得る。

さて、平均 $(0,0)$ 、分散共分散行列 $\begin{pmatrix} 1.0 & -0.5 \\ -0.5 & 1.0 \end{pmatrix}$  の2次元正規分布の信頼だ円の方程式は  $x^2 + xy + y^2 = k$  で与えられる。ここでは例としてだ円  $2x^2 + 2xy + 2y^2 = 12$  の概形を描いてみよう。

式を変形すると  $x^2 + y^2 + (x + y)^2 = 12$  となる。これを式①とおく。

点  $P(x, y)$ から直線 $x + y = 0$ に降ろした垂線の足を $Q$ とすると

$$OP = \sqrt{x^2 + y^2}, PQ = \frac{|x + y|}{\sqrt{2}}$$

が成り立つ。①は $OP^2 + 2PQ^2 = 12$ となる。この式を②とおく。点  $P(x, y)$ から $x$ 軸に降ろした垂線の足を $Q$ とすると  $OP^2 = x^2 + y^2, PQ^2 = y^2$ であるから、②は

$$x^2 + y^2 + 2y^2 = 12 \quad \therefore \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$$

と変形できる。つまり②を満たす点 $P$ の軌跡は長軸の長さが $4\sqrt{3}$ 、短軸の長さが4のだ円になる。

よって①は図のようなだ円を表す。

